MATEMÁTICAS 2º ESO DESDOBLE. ACTUALIZACIÓN 19 MAYO 2020.

Queridos alumnos:

ESTA SEMANA VEREMOS LA ÚLTIMA PARTE DEL TEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Primero visionáis el vídeo que os adjunto:
https://www.youtube.com/watch?v=vACRc9iXSPM

Seguidamente ir leyendo este documento con tranquilidad e ir realizando las actividades propuestas.
Os miráis la teoría y los ejercicios resueltos y por último realizáis los **DIEZ ejercicios propuestos** que aparecen al final de este documento.

Tenéis que mandar los ejercicios propuestos antes del 26 de MAYO.

Os vuelvo a recordar mi dirección de correo electrónico: jjirva@yahoo.es

Y mi teléfono para poder consultar cualquier duda por vía whastApp.
6 18 77 05 97

PROBABILIDAD

1. Experimentos aleatorios

Existen fenómenos donde la concurrencia de unas circunstancias fijas no permite anticipar cuál será el efecto producido. Por ejemplo, si una moneda cae al suelo, no es posible conocer por anticipado el punto exacto donde irá a parar; cuando se colocan bolas idénticas numeradas en una bolsa y se extrae una bola a ciegas, no es posible determinar con total certeza qué bola será elegida; si se realiza todos los días el mismo trayecto entre dos puntos alejados, entonces nunca se tardará exactamente el mismo tiempo; etc.

Estos experimentos son llamados **aleatorios**, puesto que el resultado del fenómeno en estudio es consecuencia del azar. Los experimentos no aleatorios se llaman **deterministas**.
En estas situaciones el carácter impredecible de las consecuencias del azar hace inútil cualquier intento de hallar reglas deterministas que rijan la aparición de resultados individuales. Sin embargo, es falso decir que el azar no está sometido a leyes, lo que ocurre es que no son leyes necesarias, que determinen unívocamente el resultado de cada experimento, sino que atañen a la frecuencia de los resultados que se obtienen cuando el fenómeno se repite un gran número de veces.

El Cálculo de Probabilidades se ocupa de estudiar fenómenos aleatorios, es decir, situaciones que, repetidas bajo condiciones idénticas, pueden dar lugar a diversos resultados, de manera que no puede predecirse con certeza absoluta cuál de ellos ocurrirá. Se dice entonces que el resultado es consecuencia del azar o que se trata de un **fenómeno aleatorio**.
Ante fenómenos de azar, la tendencia natural es tratar de medir el grado de verosimilitud de los diversos acontecimientos posibles asignando una probabilidad a cada uno de ellos; es decir, un valor numérico que informa de la frecuencia con que hay que esperar que se

presente cada uno, después de numerosas observaciones del fenómeno. En concreto, la probabilidad de cada acontecimiento posible es un número de [0, 1], que expresa la frecuencia teórica con que dicho acontecimiento se presentará en una serie indefinidamente larga de repeticiones del experimento realizadas en condiciones idénticas.

En el estudio de un fenómeno en que interviene el azar hay dos facetas fundamentales:

- Los posibles acontecimientos que pueden producirse, es decir, el espacio muestral y sus correspondientes sucesos.

- La valoración de la probabilidad de los acontecimientos posibles.

2. Espacio muestral y sucesos aleatorios

En un experimento aleatorio, los resultados posibles constituyen un conjunto denominado **espacio muestral** del fenómeno aleatorio y se denota por $\boldsymbol{E}$. Se llaman **sucesos** a los distintos subconjuntos de $\boldsymbol{E}$, que en el caso de contener a un único elemento son llamados **sucesos elementales** y en el caso de contener dos o más elementos son llamados **compuestos** (y son uniones de sucesos elementales).

Ejemplo

Se considera el lanzamiento de una moneda. El espacio muestral es

$$E = \{C, X\}$$

donde C = "$cara$" y X = "$cruz$".

Se considera el lanzamiento de un dado. El espacio muestral es

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 5, 6\}$$

El suceso "obtener un 2", {2} es elemental y el suceso "obtener par", {2, 4, 6} es compuesto.

La identificación de los sucesos relativos a un experimento aleatorio implica disponer de operaciones para formar nuevos sucesos desde otros sucesos dados.

3. Tipos de sucesos

- **Suceso imposible**: El que nunca se verifica. Se designa por $\emptyset$.
- **Suceso seguro**: El que siempre se verifica. Es E.
- **Sucesos incompatibles**: Los que no se pueden verificar a la vez.
- **Sucesos compatibles**: Los que se pueden verificar a la vez
- **Complementario o contrario de un suceso**: si A es un suceso, entonces A^c o $\overline{A}$ es el suceso formado por todos los sucesos elementales que no están en A.
- **Sucesos equiprobables**: Los que tienen la misma probabilidad de ocurrir.

3.1 Regla de Laplace

Para atribuir probabilidades a los sucesos relativos a un experimento aleatorio con espacio muestral finito, existe una norma de utilidad cuando todos los sucesos elementales son igualmente probables. La regla de Laplace fue propuesta por P.S. Laplace (1749-1827) y representa el primer antecedente explícito del concepto de probabilidad.

La aplicación de la **regla de Laplace** puede presentar dificultades a la hora de comprobar la equiprobabilidad de los sucesos elementales. No obstante, en situaciones sencillas, la simetría de los resultados del experimento permite garantizar su equiprobabilidad:

$$p(A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables\ al\ suceso\ A}{número\ de\ casos\ posibles}$$

Consecuencias

[1] La probabilidad de cualquier suceso A es positiva o cero.
[2] La probabilidad del suceso seguro es 1: $(E) = 1$.
[3] La probabilidad de un suceso es igual a 1 menos la de su contrario: $(A) = 1 - p(\overline{A})$
[4] La probabilidad del suceso imposible es 0: $p(\emptyset) = 0$
[5] La probabilidad de un suceso es un número entre 0 y 1: $0 \leq p(A) \leq 1$

EJEMPLOS:

1.- a) Pon ejemplos de sucesos muy poco probables y de otros muy probables.

b) Di dos sucesos igualmente probables.

c) Si en el disco de la derecha hacemos girar la flecha, puede parar en el verde (V), en el amarillo (Am), en el azul (Az) o en el rojo (R).

¿Cuál de dichos sucesos es más probable? ¿Cuál es menos?

De entre los sucesos anteriores, ¿hay dos que sean igualmente probables?

a) Respuesta abierta.

Por ejemplo: en el lanzamiento de un dado, es muy probable que salga un número mayor que 1 y poco probable que salga un 3.

b) Respuesta abierta.

Por ejemplo: en la extracción de una carta de una baraja de cartas es igual de probable obtener oros que espadas.

c) Es más probable que caiga en verde y menos que caiga en amarillo. Los sucesos rojo y azul son igual de probables.

2.- Lanzamos un dado del parchís. ¿Qué crees que es más probable, que salga un 5 o que salga un 1? ¿Te parece razonable asignar la misma probabilidad a las seis caras?

En un dado de parchís todas las caras tienen la misma probabilidad de salir.

3.- En cada una de las experiencias descritas arriba, di cuáles son todos los posibles resulta- dos que se pueden obtener.

Por ejemplo:

a) Lanzar una moneda: C y +

b) ¿Cuántas caras al lanzar tres monedas? 0, 1, 2, 3 **Sigue tú:**

c) Resultado al lanzar un dado.

d) Color del sector que señala la flecha en la ruleta de colores.

e) ¿Lloverá mañana?

f)) ¿Cuántos días lloverá la semana que viene?

c) 1, 2, 3, 4, 5, 7

d) Roja, verde, amarilla, azul.

e) Sí, no.

f) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

4.- En una caja echamos 10 fichas numeradas:

La experiencia consiste en extraer, al azar, una ficha y anotar el número obtenido.

g) ¿Cuáles son los casos?

h) Escribe el espacio muestral.

i) Escribe los siguientes sucesos:

- **"Mayor que 1"**
- **"Impar"**

— **"Par"**

— **Suceso seguro**

a) 1, 2, 3, 5

b) E = {1, 2, 3, 5}

c) Mayor que 1

→ {2, 3, 5}

Impar →{1,3,5}

Par → {2}

Suceso seguro → {1, 2, 3, 5}

5.- En la ruleta de la derecha, hacemos girar la flecha y nos fijamos en qué color señala.

Responde a las probabilidades pedidas con las palabras seguro, muy probable, poco probable o imposible:

a) ¿Cómo de probable es sacar rojo? ¿Y azul?

b) ¿Cómo de probable es que no sea amarillo?

c) ¿Cómo de probable es sacar verde?

a) Muy probable. Imposible.

b) Seguro.

c) Poco probable.

6.- ¿Cuál es la probabilidad de extraer el 5 de bastos de una baraja española? ¿Y el rey de copas?

P [5 DE BASTOS] = P [REY DE COPAS] = $1/40$

7.- Extraemos al azar una bola de esta urna. Calcula la probabilidad de que sea de cada uno de los colores.

$P[\text{AMARILLO}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$P[\text{Rojo}] = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$P[\text{AZUL}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$P[\text{VERDE}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NEGRO}] = 1/12$

8.- Extraemos una carta de una baraja de 40. Halla la probabilidad de que sea:

a) Un as.

b) Una sota.

c) Un oro.

d) Un número menor que 5.

e) Una figura (las figuras son sota, caballo y rey).

$P[\text{AS}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

$P[\text{SOTA}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

$P[\text{ORO}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

$P[\text{NÚMERO MENOR QUE 5}] = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

$P[\text{FIGURA}] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

EJERCICIOS QUE TENÉIS QUE HACER

Ejercicio 1

Describe un experimento aleatorio y otro que no lo sea:

Aleatorio: _____

No aleatorio: _____

Ejercicio 2

Define el espacio muestral asociado a cada experimento aleatorio:

a) Extraer sin mirar una bola de una bolsa que contiene 5 bolas azules y 6 verdes y anotar el color.

E={ }

b) Sacar una bola de una urna que contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5.

E={ }

c) Lanzar dos dados y sumar las puntuaciones obtenidas.

E={ }

Ejercicio 3

Razona si son equiprobables los sucesos elementales de los espacios muestrales del ejercicio anterior.

a)

b)

c)

Ejercicio 4

En el experimento consistente en lanzar un dado equilibrado, describe los sucesos siguientes:

a) A=”Sacar impar”

b) B=Sacar impar y par”

c) C=” Sacar par y primo”

d) D=”Sacar al menos cuatro”

e) E= “Sacar menos de 7”

f) Contrario del suceso C

g) ¿Son incompatibles los sucesos C y D?

h) ¿Son incompatibles los sucesos A y D?

Ejercicio 5

Lanzamos una moneda al aire. Se pide:

a) Describe el espacio muestral E.

b) La probabilidad de los sucesos elementales de E.

Ejercicio 6

Una máquina produce tornillos. ¿Cómo harías para calcular la probabilidad de que, escogido un tornillo al azar, sea defectuoso?

Ejercicio 7

En un campamento hay 32 **alumnos europeos,** 13 **americanos,** 15 **africanos y** 23 **asiáticos. Se elige al azar un alumno para que sea el portavoz. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?**

Ejercicio 8

De una urna que contiene 5 **bolas rojas,** 4 **verdes y** 2 **amarillas se extrae una bola sin mirar. Halla la probabilidad de que sea:**

a) amarilla

b) roja

c) verde

d) no amarilla

e) no verde

f) no roja

Ejercicio 9

Halla la probabilidad de los siguientes sucesos asociados a extraer una carta de una baraja española:

a) Que sea un as

b) Que sea una espada

c) Que sea un número mayor que 7

d) Que sea la sota de copas.

Ejercicio 10

La urna de un sorteo contiene 100 **bolas numeradas del** 1 **al** 100**. Pedro lleva todas las papeletas de los números que terminan en** 5 **y Elena todas las papeletas de los números que son múltiplos de** 13**. ¿Quién tiene más probabilidad de ganar?**