FICHA 1: Teorema de Pitágoras

1. Aplicar el teorema de Pitágoras para responder a las siguientes cuestiones (y hacer un dibujo aproximado, cuando proceda):

a) Hallar la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que sus catetos son 20 y 21 cm. (*Soluc: 29 cm)*

b) Si un cateto de un triángulo rectángulo y la hipotenusa miden 5 y 13 cm, respectivamente, ¿cuánto mide el otro cateto? (*Soluc: 12 cm)*

c) ¿Puede existir un triángulo rectángulo tal que su hipotenusa mida 73 cm y sus catetos 48 y 55 cm? (*Soluc: SÍ)*

d) ¿Y uno en el que los catetos midan 3 y 4 cm, y la hipotenusa 6 cm? (*Soluc: NO)*

e) Calcular el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 24 cm. (*Soluc: 40 cm)*

f) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y uno de los catetos 6 cm. Obtener la longitud del otro cateto (resultado con dos decimales, bien aproximados). (*Soluc: ≅ 10,39 cm)*

g) Contestar, sin utilizar el teorema de Pitágoras: ¿Puede haber un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa mide 12 cm y los catetos 9 y 15 cm? ¿Y uno en el que la hipotenusa sea 9 cm y los catetos 2 y 3 cm? (*Soluc: NO; NO)*

h) Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 34 cm y un cateto 30 cm, ¿cuánto mide el otro cateto? (*Soluc: 16 cm)*

i) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 21 y 28 cm. Hallar la hipotenusa. (*Soluc: 35 cm)*

j) Evaluar si los siguientes lados determinan un triángulo rectángulo: 8cm, 5 cm y 4 cm. (*Soluc: NO)*

k) Ídem para 10 cm, 8 cm y 6 cm. (*Soluc: SÍ)*

2. Determinar el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 8 cm (resultado con dos decimales, bien aproximados). *(Soluc: ≅ 5,66 cm)*

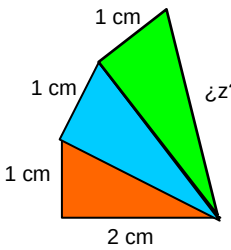
3. Hallar el lado de un triángulo equilátero de altura 28 cm (resultado con dos decimales, bien aproximados). *(Soluc: ≅ 32,33 cm)*

4. En un triángulo isósceles sabemos que los lados iguales miden 7 cm y el otro lado es de 4 cm. Calcular su altura. *(Soluc: ≅ 6,71 cm)*

5. Hallar la altura de un triángulo equilátero de perímetro 30 cm. *(Soluc: ≅ 8,66 cm)*

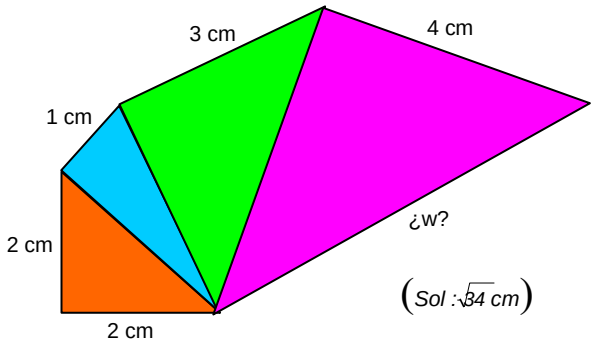
6. Hallar, en las construcciones de la figura a base de triángulos rectángulos, la longitud de los segmentos indicados, dejando el resultado en forma de raíz:

a)



$(Sol: \sqrt{7}\ cm)$

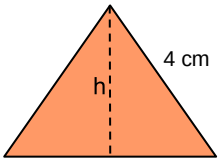
b)



$(Sol: \sqrt{34}\ cm)$

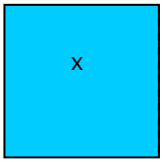
7. Calcular el valor de la altura del triángulo equilátero y de la diagonal del cuadrado (resultado con dos decimales, bien aproximados):

a)



(Sol: ≅ 3,46 cm)

b)



(Sol: ≅ 8,49 cm)

8. Obtener la longitud de la base de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 17 cm y su altura 8 cm. *(Soluc: 30 cm)*

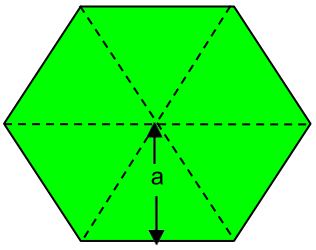
9. Hallar la base de un rectángulo de 20 m de diagonal y 12 m de altura. *(Soluc: 16 m)*

10. Hallar la longitud de los lados iguales de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 42 cm y su altura 20 cm. *(Soluc: 29 cm)*

11. Determinar la longitud del lado de un triángulo equilátero cuya altura es de 6 cm. *(Soluc: ≅ 6,93 cm)*

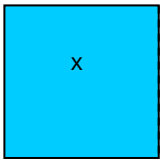
12. Obtener la altura de un triángulo equilátero de 6 m de base. *(Soluc: ≅ 5,20 m)*

13. La **apotema** de un polígono regular es el segmento trazado desde su centro al punto medio de un lado (ver figura). Hallar la apotema de un hexágono regular de 12 cm de lado. (Ayuda: Obsérvese que cada uno de los seis triángulos en que puede subdividirse el hexágono son equiláteros). *(Soluc: ≅ 10,39 m)*



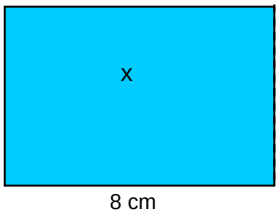
14. Calcular la longitud de **x** en las figuras:

a)



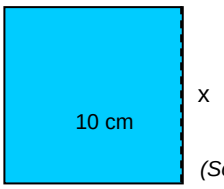
(Sol: ≅ 5,66 cm)

b)



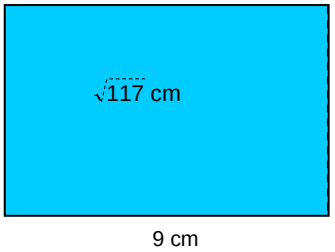
(Sol: ≅ 9,43 cm)

c)



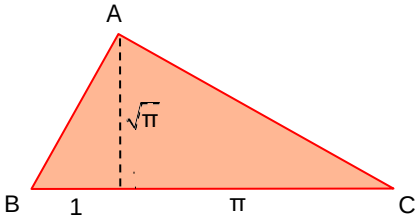
(Sol: ≅ 7,07 cm)

d)



(Sol: 6 cm)

15. **TEORÍA:** Demostrar que el triángulo ABC de la figura es rectángulo en A



FICHA 2: Áreas de triángulos y cuadriláteros

1. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Un triángulo escaleno obtusángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. *(Soluc: 26 cm^2)*

b) Un triángulo rectángulo de 13 cm de base y 4 cm de altura. *(Soluc: Ídem)*

c) Un cuadrado de 3 dm de lado. Hallar también su perímetro. *(Soluc: 9 dm^2; 12 dm)*

d) Un rectángulo de 4 cm de altura y doble de base. Hallar también su perímetro. *(Soluc: 32 cm^2; 24 cm)*

e) Un rectángulo de 8 cm de altura y la mitad de base. *(Soluc: Ídem)*

f) Un paralelogramo de base 5 m y altura 3 m. *(Soluc: 15 m^2)*

g) Un rombo de diagonales 9 y 12 dam. *(Soluc: 54 dam^2)*

h) Un trapecio isósceles de bases 12 y 8 cm y altura 5 cm. *(Soluc: 50 cm^2)*

i) Un trapecio escaleno de bases 12 y 8 cm y altura 5 cm. *(Soluc: Ídem)*

j) Un rombo de diagonales 2 y 4 km. *(Soluc: 4 km^2)*

k) Un trapecio rectángulo de bases 10 y 8 cm y altura 6 cm. *(Soluc: 54 cm^2)*

2. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Un rectángulo de 3 mm de alto y 5 mm de diagonal. Hallar su perímetro. *(Soluc: 12 mm^2; 14 mm)*

b) Un triángulo equilátero de 10 cm de lado. ¿Cuál es su perímetro? *(Soluc: $\cong$43,30 cm^2; 30 cm)*

c) Un triángulo rectángulo de hipotenusa 13 m, siendo uno de los catetos 5 cm. Indicar también su perímetro. *(Soluc: 30 m^2; 30 m)*

d) Un triángulo equilátero de 90 hm de perímetro. *(Soluc: $\cong$389,71 hm^2)*

e) Un cuadrado de diagonal $\sqrt{50}$ cm (Ayuda: considerar el cuadrado como un rombo) *(Soluc: 25 cm^2)*

f) Un rectángulo cuya base mide 10 cm y la diagonal $\sqrt{116}$ cm. Hallar su perímetro. *(Soluc: 40 cm^2; 28 cm)*

g) Un rectángulo de base 7 m y perímetro 24 m. *(Soluc: 35 m^2)*

h) Un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 m. Hallar su perímetro. *(Soluc: $\cong$15,58 m^2; 18 m)*

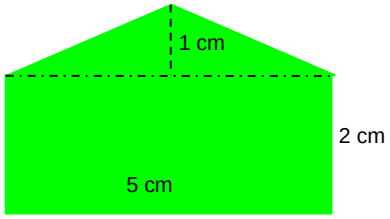
i) Un triángulo isósceles de base 6 cm y lados iguales 12 cm. Hallar también su perímetro. *(Soluc: 34,86 cm^2; 30 cm)*

3. Hallar el lado y el área de un rombo de diagonales 2 y 4 cm. *(Soluc: $\cong$2,24 cm; 4 cm^2)*

4. Ídem con un rombo de diagonales 10 y 24 mm. *(Soluc: 13 mm; 120 mm^2)*

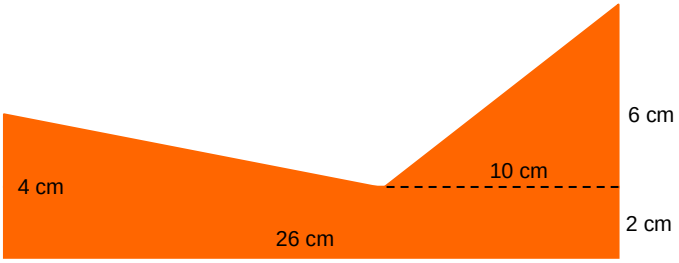
5. Determinar el área las siguientes figuras compuestas:

a)



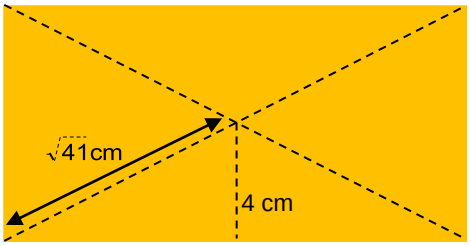
(Sol: 12,5 cm²)

b)



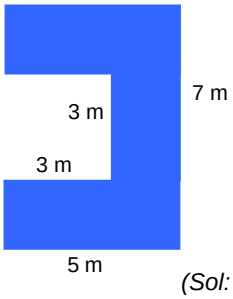
(Sol: 98 cm²)

c)



(Sol: 80 cm²)

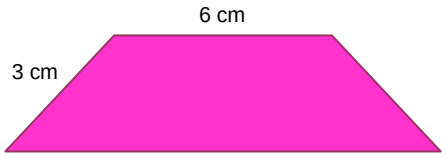
d)



(Sol: 26 m²)

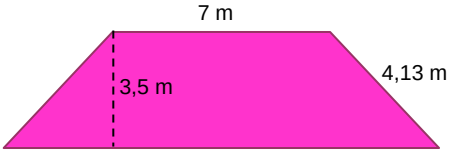
6. Hallar el área de los siguientes trapecios <u>isósceles</u>:

a)



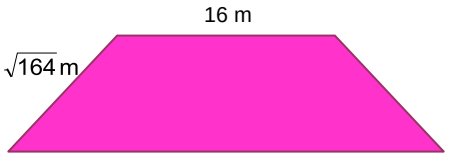
(Sol: ≅17,92 cm²)

b)



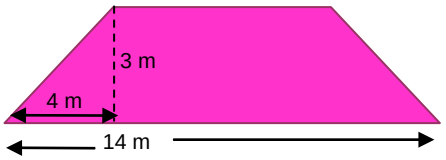
(Sol: ≅32,17 m²)

c)



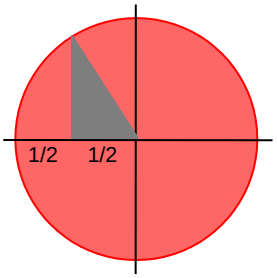
(Sol: ≅243,4 m²)

d)



(Sol: 30 m²)

7. Hallar el área del triángulo sombreado:



(Sol : 37/32)

FICHA 3: Áreas de polígonos regulares y figuras circulares

Áreas de polígonos regulares:

1. Calcular el área de un hexágono regular de 6 m de lado. *(Soluc: $\cong 93{,}53\ m^2$)*

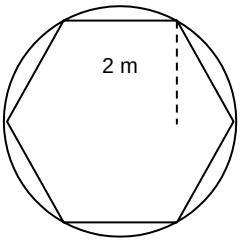
2. Hallar el área de un hexágono regular de $\sqrt{3}$ dm de apotema. Dejar el resultado en forma de raíz. $\left(Sol: 6\sqrt{3}\,dm^2\right)$

3. Calcular el área de un hexágono regular de 24 cm de perímetro. *(Soluc: $\cong 41{,}57\ cm^2$)*

4. Hallar el área de la siguiente señal de tráfico, si su altura es 90 cm y su lado mide 37 cm.

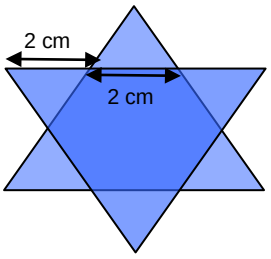
(Sol: 6660 cm^2)

5. Obtener el área de un hexágono regular circunscrito (ver figura) en una circunferencia de radio 2 m.



(Sol: $\cong 10{,}39\ m^2$)

6. Hallar el área del siguiente hexágono regular estrellado (Ayuda: relacionar primero el área de los seis triángulos con la del hexágono interior):



(Sol: $\cong 20{,}78\ cm^2$)

Áreas de figuras circulares:

7. **Para realizar en casa:** Medir, por medio de una cinta métrica, el perímetro de la circunferencia de un objeto cilíndrico (p.ej. una lata de conservas). A continuación, medir con una regla su diámetro. Finalmente, dividir el perímetro entre el diámetro. Obtendremos siempre, sea cual sea el objeto utilizado, una cantidad muy próxima a $\pi \cong 3{,}141592654\ldots$

NOTA: En los siguientes ejercicios se recomienda trabajar con todos los decimales de π que aporta la calculadora, con el fin de disminuir el error en el resultado.

8. Dibujar aproximadamente las siguientes figuras y calcular su área:

a) Una circunferencia de 6 cm de radio. Hallar también su longitud. *(Soluc: $\cong 113{,}10\ cm^2$; $\cong 37{,}70\ cm$)*

b) Un sector circular de 120 º de amplitud y 20 cm de radio. *(Soluc: $\cong 418{,}88\ cm^2$)*

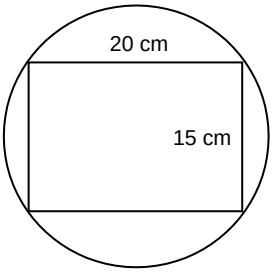
c) Un círculo de 4 m de diámetro. Obtener su longitud. *(Soluc: $\cong 12{,}57\ m^2$; $\cong 12{,}57\ m$)*

d) Un sector circular en un círculo de 8 m de diámetro, con una abertura de 60º. *(Soluc: $\cong 8{,}38\ m^2$)*

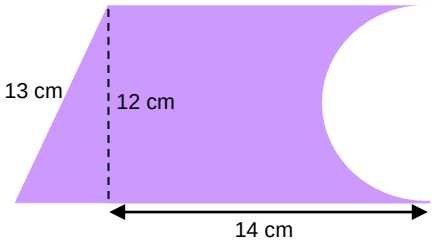
e) Una circunferencia de 9 dam de radio. Hallar su perímetro. *(Soluc: $\cong 254{,}47\ dam^2$; $\cong 56{,}55\ dam$)*

9. Hallar el área de la corona circular formada por dos circunferencias concéntricas de radios 3 y 5 cm. Dibujar dicha corona. *(Soluc: $\cong 50{,}27\ cm^2$)*

10. Hallar el área de la circunferencia circunscrita a un rectángulo de lados 15 y 20 cm (ver figura). *(Soluc: $\cong 490{,}87\ cm^2$)*



11. Calcular la superficie de la siguiente pieza:

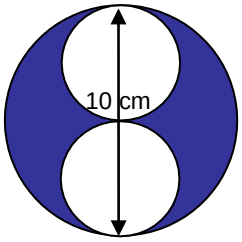


(Soluc: $\cong 141{,}45\ cm^2$)

12. Dibujar un sector circular de amplitud 30º asociado a una circunferencia de 12 m de radio. Calcular su área y su perímetro. *(Soluc: $\cong 3{,}77\ m^2$; $\cong 24{,}63\ m$)*

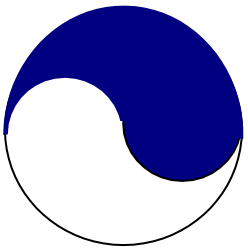
13. Hallar el área de los siguientes recintos sombreados, sabiendo que la circunferencia exterior mide en todos los casos 10 cm de diámetro:

a)



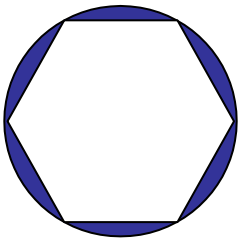
(Sol: $\cong 39{,}27\ cm^2$)

b)



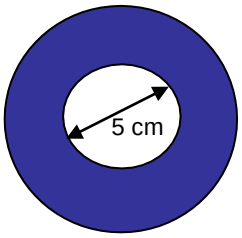
(Sol: $\cong 39{,}27\ cm^2$)

c)



(Sol: ≅ 13,59 cm²)

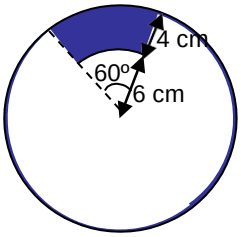
d)



CORONA CIRCULAR

(Sol: ≅ 58,90 cm²)

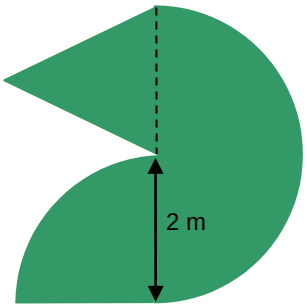
e)



TRAPECIO CIRCULAR

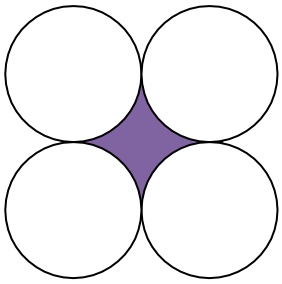
(Sol: ≅ 33,51 cm²)

14. Calcular la superficie de la siguiente figura:

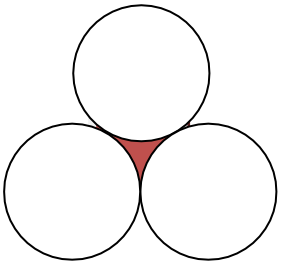


(Sol: ≅ 11,15 m²)

15. En la figura adjunta cada uno de los círculos tiene radio r. Hallar, en función de r, el área y el perímetro de la zona sombreada. *(Soluc: $(4-\pi)r^2$ y $2\pi r$, respectivamente)*



16. Ídem con la siguiente figura (Ayuda: considerar el triángulo equilátero cuyos vértices son los centros de cada circunferencia) *(Soluc: $(\sqrt{3}-\pi/2)r^2$ y πr, respectivamente)*



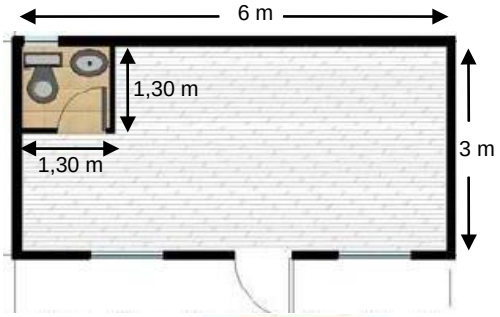
FICHA 4: 31 Problemas de planteamiento y aplicación de áreas y volúmenes

Problemas de planteamiento de áreas:

1. Una torre de 150 m de alto proyecta a cierta hora del día una sombra de 200 m. ¿Qué distancia hay desde el punto más alto de la torre hasta el extremo de la sombra? (Hacer un dibujo explicativo). *(Soluc: 250 m)*

2. Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre una pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared? (Hacer un dibujo explicativo). *(Soluc: 8 m)*

3. En los lados de un campo en forma de cuadrado se han plantado 16 árboles, separados 5 m entre sí. ¿Cuál es el área del terreno? *(Soluc: 400 m²)*



4. Se desea enmoquetar el suelo de una oficina, cuya planta es la de la figura adjunta. Si la moqueta cuesta 20 €/m², ¿cuánto costará en total? *(Soluc: 72.600 €)*

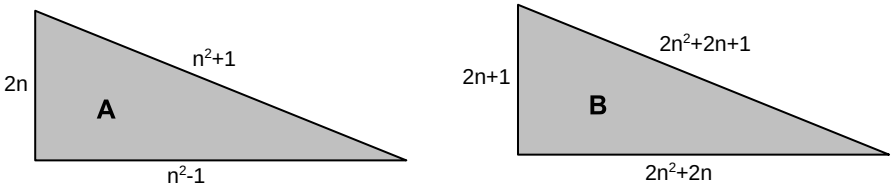
5. En una pista circular de 30 m de diámetro se quieren echar 30 kg de arena por m² ¿Cuántas toneladas de arena se necesitarán? *(Soluc: ≅ 21,21 t)*

6. Calcular, a la vista de la figura adjunta, el área que puede grabarse de un disco compacto. ¿Qué porcentaje del área total del disco se aprovecha para grabar? *(Soluc: ≅100,53 cm²; ≅90,11%)*

7. Calcular los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son tres números consecutivos. *(Sol: 3, 4 y 5)*

8. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm² ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? *(Soluc: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)*

9. Los griegos conocían las dos siguientes posibles formas de construir un triángulo rectángulo con sus tres lados de longitud entera, sin más que dar valores a $n \in IN$. Comprobar la veracidad de dichas fórmulas generando algunos casos concretos.



Problemas de volúmenes y áreas de cuerpos geométricos:

10. Dibujar los siguientes cuerpos y hallar su volumen:

a) Un cubo de 9 m de arista. Hallar también su área. *(Soluc: 729 m³; 486 m²)*

b) Un prisma triangular regular recto de arista básica 5 cm y 16,5 cm de altura. Calcular también su área. *(Soluc: ≅178,62 cm³; ≅269,15 cm²)*

c) Un ortoedro de base 9 x 6 m y altura 16 m. Hallar, además, su área. *(Soluc: 864 m^3; 588 m^2)*

d) Un prisma hexagonal regular recto de arista básica 8 cm y altura 10 cm. Obtener su área. *(Soluc: ≅1662,77 cm^3; ≅812,55 cm^2)*

e) Un cilindro recto de 3 cm de radio y 10 cm de altura. *(Soluc: ≅282,74 cm^3)*

f) Un cilindro circular oblicuo de 3 mm de radio y 5 mm de altura. *(Soluc: ≅141,37 mm^3)*

g) Un cono recto de altura 4 cm y radio de la base 3 cm. *(Soluc: ≅37,70 cm^3)*

h) Un cono recto de 4 cm de radio y 6 cm de generatriz. Hallar previamente su altura. *(Soluc: ≅4,47 cm; ≅74,93 cm^3)*

i) Un prisma hexagonal regular recto cuya arista de la base mide 3 cm y la altura 4 cm. Hallar también su superficie. *(Soluc: ≅93,53 cm^3; ≅118,77 cm^2)*

j) Un planeta esférico de 10 km de radio. Obtener su superficie. *(Sol: ≅4188,79 km^3; ≅1256,64 km^2)*

k) Una pirámide recta de altura 1,63 cm y cuya base es un triángulo equilátero de 2 cm de lado. *(Soluc: ≅0,94 cm^3)*

l) Un paralelepípedo oblicuo de altura 10 m cuya base es un rectángulo de 2 x 3 m. *(Soluc: 60 m^3)*

m) Un prisma triangular oblicuo de 1 m de altura y base un triángulo equilátero de medio metro de lado. *(Soluc: ≅0,11 m^3)*

n) Una pirámide recta de 15 m de altura cuya base es un cuadrado de 10 m de lado. Hallar también su área. *(Soluc: 500 m^3; ≅416,23 m^2)*

o) Una pirámide oblicua de 20 cm de altura cuya base es un triángulo equilátero de 6 cm de lado. *(Soluc: ≅103,92 cm^3)*

p) Un cono circular oblicuo de 12 mm de radio y 2 cm de altura; hallar su volumen en mm^3. *(Sol: ≅3015,9 mm^3)*

q) Un prisma triangular recto de altura 3 dm y cuya base es un triángulo equilátero de 2 dm de lado. Hallar también su superficie. *(Soluc: ≅5,19 dm^3; ≅21,46 dm^2)*

r) Un ortoedro de altura 5 cm cuya base es un rectángulo de 3 x 4 cm. Calcular además su área. *(Soluc: 60 cm^3; 94 cm^2)*

s) Una pirámide cuadrangular recta de arista 10 mm y altura 5 mm. *(Soluc: ≅166,67 mm^3)*

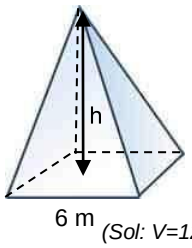
t) Un prisma triangular recto de altura 8 dm y cuya base es un triángulo equilátero de lado 4 dm. Hallar también su área. *(Soluc: ≅55,43 dm^3; ≅109,86 dm^2)*

u) Un cilindro de 12 dam de diámetro, y altura el triple de éste. *(Soluc: ≅4071,50 dam^3)*

v) Un prisma cuadrangular regular recto de base 3 m y altura 7 m, y un cilindro inscrito en él. Hallar el volumen de ambos cuerpos. *(Soluc: 63 m^3; ≅49,48 m^3)*

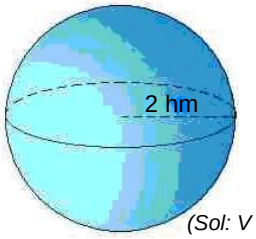
11. Nombrar las siguientes figuras y hallar los elementos que faltan y su volumen; en el caso de las cinco primeras, hallar también su área:

a)



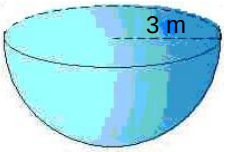
(Sol: V=120 m^3; A ≅161,28 m^2)

b)



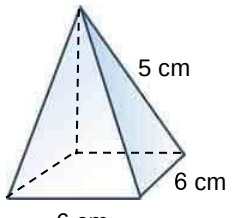
(Sol: V ≅33,51 hm^3; A ≅50,27 hm^2)

c)



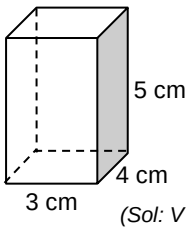
(Sol: V ≅56,55 m^3; A ≅113,09 m^2)

d)



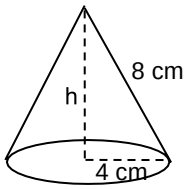
(Sol: V ≅ 31,75 cm³; A = 84 cm²)

e)



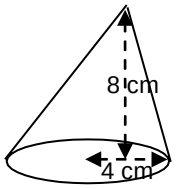
(Sol: V = 60 cm³; A = 94 cm²)

f)



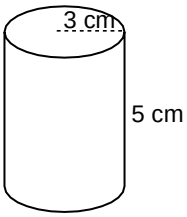
(Sol: h ≅ 6,93 cm V ≅ 116,08 cm³)

g)



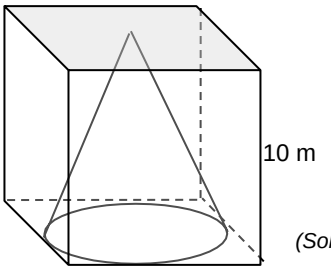
(Sol: V ≅ 134,04 cm³)

h)



(Sol: V ≅ 141,37 cm³; A ≅ 150,80 cm²)

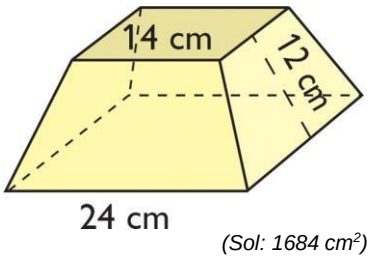
12. Hallar el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura:



(Sol: ≅ 738,20 cm³)

13. Hallar el área de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 6 mm, y con base un triángulo equilátero de 4 mm de lado. (Ayuda: hallar primero la apotema de una cara lateral) *(Soluc: 40,87 mm²)*

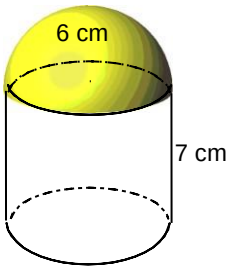
14. Calcular el área de esta figura:



(Sol: 1684 cm²)

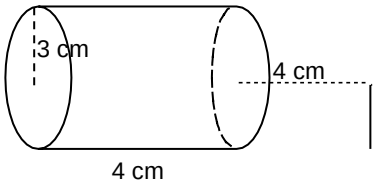
15. Calcular el volumen de estas figuras (y el área, en el caso de la primera):

a)



(Sol: A ≅ 603,19 cm²; V ≅ 1244,07 cm³)

b)



(Sol: V ≅ 150,80 cm³)

16. **(*)** Dibujar una pirámide cuadrangular regular recta de base 6 cm y apotema 8 cm. Hallar: altura, superficie y volumen. *(Soluc: 5 cm; 60 cm³; 132 cm²)*

17. **(*)** Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 6 cm y apotema lateral 12 cm. Hallar su altura, área y volumen. *(Soluc: h ≅ 6,08 cm; A ≅ 189,64 cm²; V ≅ 309,53 cm³;)*

18. **(*)** Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 3 m y arista lateral 6 m. Hallar su apotema lateral, altura, área y volumen. *(Soluc: a ≅ 5,81 m; h ≅ 5,20 m; A ≅ 75,67 m²; V ≅ 121,48 m³)*

Problemas de aplicación de volúmenes y áreas:

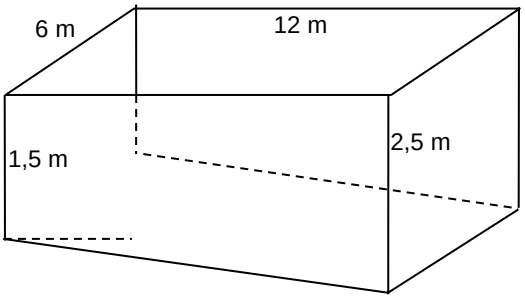
19. Calcular el volumen y la superficie de la Tierra, teniendo en cuenta que su radio medio es de aproximadamente 6371 km. *(Soluc: V ≅ 1,0832x10¹² km³; S ≅ 5,1006x10⁸ km²;)*

20. Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m. *(Soluc: 139 650 m³)*

21. Se desea pintar las paredes y el techo de un salón de planta 12 x 7 m, y altura 3,5 m. Sabiendo que dispone de dos puertas de 1 x 2 m, y tres ventanales de 2 x 2 m, ¿cuánta superficie habrá que pintar? (Hacer un dibujo explicativo) Si disponemos de botes de pintura para 25 m², ¿cuántos botes necesitaremos? *(Soluc: 159 m²; 7 botes)*

22. Hallar el volumen de un cubo de Rubik de 8 cm de arista. Hallar también el de una de sus piezas. *(Soluc: 512 cm³; ≅ 18,96 cm³)*

23. Hallar la capacidad, en m³, de la piscina de la figura. (Dato: 1 m³ = 1 000 l) *(Soluc: 144 000 l)*



24. Continuando con el ejercicio anterior, cuántas horas tardaría en llenarse con un caudal de 0,5 l/s? *(Soluc: 80 horas)*

25. Hallar el volumen, en ml, de una lata de Coca-Cola, sabiendo que tiene 10,9 cm de alto y 6,2 cm de diámetro (Dato: 1 ml = 1 cm^3) *(Soluc: ≅330 ml)*

26. Hallar el volumen de la pirámide de Keops, sabiendo que su altura actual es de 230,35 m y el cuadrilátero que forma su base tiene 136,86 m de lado. *(Soluc: 2 420 648,41 m^3)*

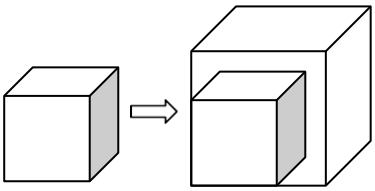
27. En una naranja de 10 cm de diámetro, ¿qué superficie de cáscara le corresponde a cada uno de sus 12 gajos? *(Soluc: ≅26,18 cm^2)*

28. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m^3. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. *(Soluc:20 m)*

29. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 m^2. Calcular sus dimensiones. *(Soluc: d=h=6 m)*

30. A un paciente se le aplica un suero intravenoso tal que cae una gota cada minuto. Si suponemos que el recipiente es un cilindro de 4 cm de radio y 14 de altura, y la gota es aproximadamente una esfera de 1 mm de diámetro, hallar cuánto durará el suero.

31. Al aumentar en 1 cm la arista de un cubo su volumen aumenta en 271 cm^3. ¿Cuánto mide la arista? (Ayuda: plantear una ecuación de 3er grado) *(Soluc: 9 cm)*



Para cualquier consulta mi correo electrónico es: jjirva@yahoo.es