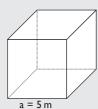
Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 5 m de arista.





$$A = 6a^{2}$$

$$A = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ m}^2$$

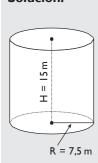
Volumen:

$$V = a^3$$

$$V = 5^3 = 125 \text{ m}^3$$

12 Calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base mide 7,5 m de radio y cuya altura es el doble del radio de la base.

Solución:



$$A_{R} = \pi R^{2}$$

$$A_B = \pi \cdot 7,5^2 = 176,71 \text{ m}^2$$

$$A_1 = 2\pi RH$$

$$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot 7.5 \cdot 15 = 706,86 \text{ m}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_I$$

$$A_T = 2 \cdot 176,71 + 706,86 =$$

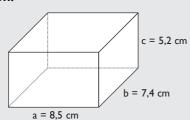
$$= 1060,28 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H$$

$$V = 176,71 \cdot 15 = 2650,65 \,\mathrm{m}^3$$

13 Calcula el área y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden 8,5 cm, 7,4 cm y 5,2 cm

Solución:



Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

$$A = 2(8.5 \cdot 7.4 + 8.5 \cdot 5.2 + 7.4 \cdot 5.2) = 291.16 \text{ cm}^2$$

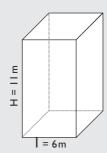
Volumen:

V = abc

$$V = 8.5 \cdot 7.4 \cdot 5.2 = 327.08 \text{ cm}^3$$

14 Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 6 m y su altura es de 11 m

Solución:



$$A_B = 1^2$$

 $A_B = 6^2 = 36 \text{ m}^2$

$$A_1 = 4I \cdot H$$

$$A_L = 4.6 \cdot 11 = 264 \text{ m}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_L$$

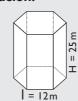
$$A_T = 2 \cdot 36 + 264 = 336 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H$$

$$V = 36 \cdot II = 396 \text{m}^3$$

15 Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 12 m y su altura es de 25 m

Solución:





$$a = \sqrt{12^2 - 6} \stackrel{?}{=} \sqrt{108} = 10,39 \,\mathrm{m}$$

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2} \Rightarrow A_B = 6 \cdot 12 \cdot 10,39 : 2 = 374,04 \text{ m}^{-2}$$

$$A_1 = 61 \cdot H \Rightarrow A_1 = 6 \cdot 12 \cdot 25 = 1800 \text{ m}^2$$

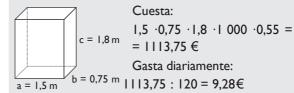
$$A_T = 2A_B + A_I$$

$$A_T = 2 \cdot 374,04 + 1800 = 2548,08 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 374,04 \cdot 25 = 9351 \text{ m}^3$$

16 El depósito de gasoil de un sistema de calefacción tiene forma de ortoedro, cuyas dimensiones en metros son 1,5 m × 0,75 m × 1,8 m. Calcula cuánto cuesta llenarlo si cada litro de gasoil cuesta 0,55 €. Si la calefacción consume uniformemente todo el gasoil en 120 días, ¿cuánto se gasta diariamente en calefacción?

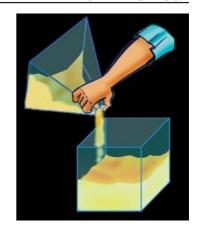
Solución:



3. Área y volumen de pirámides y conos

FENSA Y CACULA

- a) Tienes un recipiente vacío en forma de prisma y otro en forma de pirámide, con la misma base y la misma altura. Compara la fórmula del volumen del prisma con la de la pirámide, y calcula cuántas veces tienes que llenar de sal la pirámide y echarla en el prisma para llenarlo.
- b) Tienes un recipiente vacío en forma de cilindro y otro en forma de cono, con la misma base y la misma altura. Compara la fórmula del volumen del cilindro con la del cono, y calcula cuántas veces tienes que llenar de sal el cono y echarla en el cilindro para llenarlo.



Solución:

- a) Tres veces.
- b) Tres veces.

ARICA LA TECRÍA

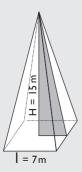
17 Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 7 m de arista y cuya altura mide 15 m

Solución:

$$A_B = I^2$$

$$A_B = 7^2 = 49 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.





$$A_{L} = 4 \cdot \frac{1 \cdot h}{2}$$

$$A_{L} = 4 \cdot 7 \cdot 15,4 : 2 = 215,6 \text{ m}^{2}$$

$$A_{T} = A_{B} + A_{L}$$

$$A_{T} = 49 + 215,6 = 264,6 \text{ m}^{2}$$

$$V = \frac{1}{3}A_{B} \cdot H$$

 $h = \sqrt{15^2 + 3.5} = \sqrt{237.25} = 15.40 \text{ m}$

18 Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 3,5 m y la altura es el triple de dicho radio.

Solución:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_{R} = \pi \cdot 3.5^{2} = 38.48 \text{ m}^{2}$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.





$$G = \sqrt{10},5^2 + 3,5^2 + \sqrt{122},5 = 11,07 \text{ m}$$

$$A_1 = \pi RG$$

$$A_L = \pi \cdot 3.5 \cdot 11.07 = 121.72 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 38,48 + 121,72 = 160,2 \text{ m}^2$$

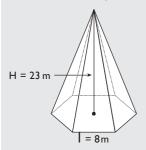
$$V = \frac{1}{3}A_BH$$

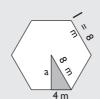
$$V = 38,48 \cdot 10,5 : 3 = 134,68 \,\text{m}^3$$

 $V = 49 \cdot 15 : 3 = 245 \text{ m}^3$

Solución:

Tenemos que hallar la apotema de la base aplicando el teorema de Pitágoras.



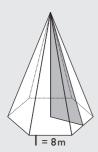


$$a = \sqrt{8^2 - 4} = \sqrt{48} = 6.93 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{P}{2}$$

$$A_B = 6.8 \cdot 6.93 : 2 = 166.32 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.





$$h = \sqrt{23^2 + 693^3} = \sqrt{57702} = 2402 \text{ m}$$

 $A = 6 \cdot 10^{1} \cdot 6$

$$A_L = 6.8 \cdot 24,02 : 2 = 576,48 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 166,32 + 576,48 = 742,8 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3}A_BH$$

$$V = 166,32 \cdot 23 : 3 = 1275,12 \text{ m}^3$$

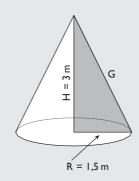
Una tienda de campaña tiene forma de cono recto; el radio de la base mide 1,5 m y la altura es de 3 m. El metro cuadrado de suelo cuesta 15 €, y el resto, 7 € el metro cuadrado. ¿Cuánto cuesta el material para construirla?

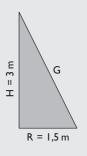
Solución:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 1,5^2 = 7,07 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.





$$G = \sqrt{1,5^2 + 3} \stackrel{?}{=} \sqrt{11,25} = 3,35 \text{ m}$$

$$A_I = \pi RG$$

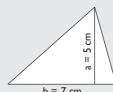
$$A_1 = \pi \cdot 1.5 \cdot 3.35 = 15.79 \text{ m}^2$$

Ejerciciosyproblemas

1. Área de figuras planas

29 Calcula mentalmente el área de un triángulo cuya base mide 7 cm y cuya altura es de 5 cm

Solución:



Area:
$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{7.5}{2} = 17.5 \text{ cm}^2$$

30 Calcula mentalmente el área de un cuadrado cuyo lado mide 0,6 m

Solución:

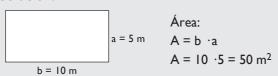


$$A = |2|$$

$$A = 0.6^2 = 0.36 \text{ m}^2$$

31 Calcula mentalmente el área de un rectángulo que mide la mitad de alto que de largo y cuya altura es de 5 m

Solución:



32 Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 7,5 cm y 6,4 cm, y el lado perpendicular a las bases mide 5,3 cm

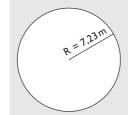
Solución:

Area:
$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{7.5 + 6.4}{2} \cdot 5.3 = 36.84 \text{ cm}^2$$

33 Calcula el área de un círculo de 7,23 m de radio.

Solución:



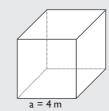
Área:

$$A = \pi R^2$$

$$A = \pi \cdot 7,23^2 = 164,22 \text{ m}^2$$

- 2. Área y volumen de cuerpos en el espacio
- 34 Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 4 m de arista.

Solución:



Área:

$$A = 6a^{2}$$

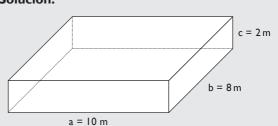
$$A = 6 \cdot 4^2 = 96 \text{ m}^2$$

$$V = a^{3}$$

$$V = 4^3 = 64 \text{ m}^3$$

35 Calcula mentalmente el área y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden 10 m, 8 m y 2m

Solución:



Área:

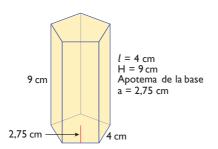
$$A = 2(ab + ac + bc)$$

$$A = 2(10 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 2) = 232 \text{ m}^2$$

Volumen:

$$V = abc$$

$$V = 10 \cdot 8 \cdot 2 = 160 \text{ m}^3$$



Solución:

$$A_{B} = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_{B} = 5 \cdot 4 \cdot 2,75 : 2 = 27,5 \text{ cm}^{2}$$

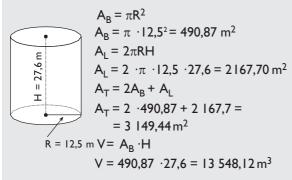
$$A_{L} = 5I \cdot H \Rightarrow A_{L} = 5 \cdot 4 \cdot 9 = 180 \text{ cm}^{2}$$

$$A_{T} = 2A_{B} + A_{L} \Rightarrow A_{T} = 2 \cdot 27,5 + 180 = 235 \text{ cm}^{2}$$

$$V = A_{B} \cdot H \Rightarrow V = 27,5 \cdot 9 = 247,5 \text{ cm}^{3}$$

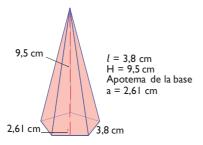
37 Calcula el área y el volumen de un cilindro recto en el que el radio de la base mide 12,5 m y cuya altura es de 27,6 m

Solución:

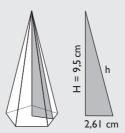


3. Área y volumen de pirámides y conos

38 Calcula el área y el volumen de la pirámide pentagonal del siguiente dibujo:



Solución:



$$A_{B} = \frac{P^{-3}a}{2}$$

$$A_{B} = 5 \cdot 3.8 \cdot 2.61 : 2 = 24.80 \text{ cm}^{2}$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{2,6} | ^{2}+9,5 \stackrel{?}{=} \sqrt{97,06} = 9,85 \, \text{m}$$

$$A = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_{L} = 5 \cdot 3,8 \cdot 9,85 : 2 = 93,58 \, \text{cm}^{2}$$

$$A_{T} = A_{B} + A_{L}$$

$$A_{T} = 24,8 + 93,58 = 118,38 \, \text{cm}^{2}$$

$$V = \frac{1}{3}A_{B} \cdot H$$

$$V = 24,8 \cdot 9,5 : 3 = 78,53 \, \text{cm}^{3}$$

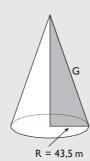
39 Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 43,5 m y cuya altura es de 125,6 m

Solución:

$$A_{R} = \pi R^{2}$$

$$A_B = \pi \cdot 43,5^2 = 5944,68 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.





$$G = \sqrt{43,5^{2}+125,6^{2}} = \sqrt{17.667,61} = 132,92 \text{ m}$$

$$A_{L} = \pi RG$$

$$A_{L} = \pi \cdot 43,5 \cdot 132,92 = 18.164,75 \text{ m}^{2}$$

$$A_{T} = A_{B} + A_{L}$$

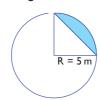
$$A_{T} = 5.944,68 + 18.164,75 = 24.109,43 \text{ m}^{2}$$

$$V = \frac{1}{3}A_{B} \cdot H$$

$$V = 5.944,68 \cdot 125,6 : 3 = 248.883,94 \text{ m}^{3}$$

Ejerciciosyproblemas

50 Calcula el área del segmento circular coloreado de azul en la siguiente figura:



Solución:

Área:

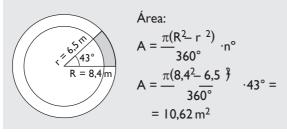
$$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$$

$$A_{\text{segmento}} = \frac{\pi R^2}{360^{\circ}} \cdot n^{\circ} - \frac{b \cdot a}{2}$$

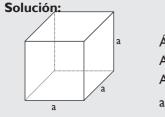
$$A = \frac{\pi \cdot 5^2}{360^{\circ}} \cdot 90^{\circ} - \frac{5 \cdot 5}{2} = 7,13 \text{ m}^2$$

Calcula el área de un trapecio circular de radios R = 8.4 m y r = 6.5 m, y de amplitud 43°

Solución:



52 Calcula la arista de un cubo de 85 m² de área redondeando el resultado a dos decimales.

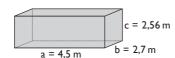


Área:

$$A_B = 6a^2 = 85 \text{ m}^2$$

Arista:
 $a = \sqrt{85} : 6 = 3,76 \text{ m}$

53 Calcula el área y el volumen del siguiente ortoedro:



Solución:

Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

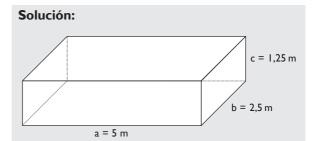
$$A = 2(4.5 \cdot 2.7 + 4.5 \cdot 2.56 + 2.7 \cdot 2.56) = 61.16 \text{ m}^2$$

Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4.5 \cdot 2.7 \cdot 2.56 = 31.1 \text{ m}^3$$

54 Calcula el área y el volumen de un ortoedro sabiendo que sus aristas forman una progresión geométrica decreciente de razón 1/2 y que la arista mayor mide 5 m



Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

$$A = 2(5 \cdot 2.5 + 5 \cdot 1.25 + 2.5 \cdot 1.25) = 43.75 \text{ m}^2$$

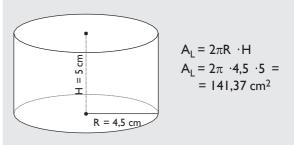
Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 5 \cdot 2.5 \cdot 1.25 = 15.63 \text{ m}^3$$

55 A un tarro de miel que tiene forma cilíndrica queremos ponerle una etiqueta que lo rodee completamente. El diámetro del tarro mide 9 cm y la altura de la etiqueta es de 5 cm. Calcula el área de la etiqueta.

Solución:

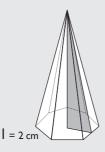


Solución:

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = \frac{7 \cdot 2 \cdot 2,08}{2} = 14,56 \text{ cm}^{-2}$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.





$$h = \sqrt{2,08^{2} + 11^{2}} = \sqrt{125,33} = 11,19 \text{ cm}$$
 $A = 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$$A_L = 7 \cdot 2 \cdot 11,19 : 2 = 78,33 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 14,56 + 78,33 = 92,89 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}A_{B} \cdot H$$

$$V = 14,56 \cdot 11 : 3 = 53,39 \text{ cm}^3$$

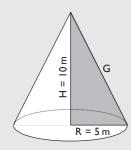
57 Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el diámetro de la base es igual a la altura que mide 10 m

Solución:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.





$$G = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ m}$$

$$A_I = \pi RG$$

$$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 11,18 = 175,62 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_I$$

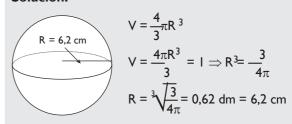
$$A_T = 78,54 + 175,62 = 254,16 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3}A_{B} \cdot H$$

$$V = 78,54 \cdot 10 : 3 = 261,8 \text{ m}^3$$

58 Calcula el radio de una esfera de volumen I litro.

Solución:



59 Una esfera de 4 cm de diámetro está inscrita en un cilindro. ¿Cuál es la altura del cilindro?



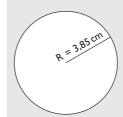
Solución:

Altura del cilindro = diámetro de la esfera = 4 cm

Con calculadora

60 Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio es de 3,85 cm

Solución:



Longitud: $L = 2\pi R$

 $L = 2 \cdot \pi \cdot 3,85 = 24,19 \text{ cm}$